УДК 519.2

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КРИВЫХ
INTEGRAL REPRESENTATION OF ALMOST PERIODIC CURVES

ЛЕОНТЬЕВА Н.Г., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики, Университет управления «ТИСБИ»
E-mail:2684218@mail.ru
АЛЬТШУЛЕР Г.В., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики, Университет управления «ТИСБИ»
E-mail:Galinaalt1@mail.ru

LEONTIEVA N., PhD in Mathematics, Associate professor at Mathematics Chair, the University of Management «TISBI»

E-mail: 2684218@mail.ru
ALTSHULER G., Ph.D. in Mathematics, Associate Professor at Mathematics Chair, the University of Management «TISBI»
E-mail: Galinaalt1@mail.ru

Аннотация

Представляет особый интерес изучение класса почти периодических (п.п.) гауссовских стационарных процессов. Такие процессы впервые рассматривались Е.Г. Гладышевым В дальнейшем п.п. процессами занимался А.В. Сульдин , который рассматривал п.п. кривые в гильбертовом пространстве H, определяемые следующим образом:

пусть { } – последовательность действительных чисел,

{ } - последовательность положительных чисел, причем

,

… z_{-1}, z_0, z_1,… - ортонормированный базис в H.

Кривые вида: X_t = называются п.п. кривыми в H.

Abstract

Of particular interest is the study of a class of almost periodic (ap) Gaussian stationary processes. These processes were first considered by EG Gladyshev [1]. In the future, pp the process takes AV Sul'din [2], who considered pp curves in a Hilbert space H, defined as follows:

let { } - a sequence of real numbers,

{ }- a sequence of positive numbers, and ,... Z-1, z0, z1, ... - orthonormal basis in H.

Curves of the form: X_t = are called pp curves in H.

In this paper, (ap) curves are presented in the form of integrals over Wiener curves. It is known that a continuous curve Xt ∈ H can be written as

$X_t=$,

where (a, b) - either finite or infinite interval, y_u - wiener-curve. Find the form of the kernel K (t, u), in which the curve Xt is (ap) curve in H.

Ключевые слова: *гильбертово пространство, ортонормированный базис, почти периодические (п.п.) гауссовские стационарные процессы, винеровская кривая.*

Keywords: *Hilbert space, orthonormal basis, almost periodic (ap) Gaussian stationary processes, wiener curve.*

В данной работе п.п. кривые представлены в виде интегралов по винеровским кривым. Известно, что непрерывную кривую X_t H можно представить в виде

$X_t=$, где (a,b) – любой конечный или бесконечный интервал; y_u – винеровская кривая. Найден вид ядра ,
при котором кривая X_t есть п.п. кривая в H.

Пусть H – гильбертово пространство. С каждой кривой X_t может быть связано гильбертово пространство $L_2(x_t)$, которое является замыканием линейной оболочки множества { }. В общем случае $L_2(x_t)$. Если T - компактное подмножество действительной прямой и X_t – непрерывна, то имеет место разложение:

$X_t=$, r(t,s)= ,

где $z_k=$ ∈ $L_2(x_t)$, k=1,2,3,… - образуют ортонормированный базис в $L_2(x_t)$. Здесь интеграл понимается в смысле Петтиса, а (t) – собственные функции; - собственные значения ядра r(t,s).

Винеровской кривой на промежутке называется кривая y_t с ортогональными приращениями, для которой

$y_0=0,$ $^2= t.$

Обозначим = ,

(t) =

(t) = $(-1)^{k+1}$.

Ранее в работе было доказано, что кривую y_t можно записать в виде:

$y_t=$, .

Таким образом, каноническое разложение винеровской кривой y_t имеет вид:

$y_t=$, (1)

Из следует, что кривая X_t представима в виде

$X_t=$, , (2)

где - винеровская кривая, а [a,b] – любой из интервалов (0,1), (0,), (- .

Ковариация кривой X_t равна:

Из [2] следует, что

причем если X_t – стационарная кривая, то

Далее будем рассматривать ядра, представимые в виде:

,

(3)

где ряд в правой части сходится в среднеквадратическом по параметру u при фиксированном t.

Теорема. Пусть X_t – непрерывная стационарная кривая. Кривая X_t – будет почти периодической кривой в H тогда и только тогда, когда ядро интегрального уравнения (2) имеет вид (3).

<u>Необходимость.</u> Пусть X_t – непрерывная, стационарная почти периодическая кривая, т.е. имеет вид:

,

(4)

где .

Покажем, что

.

(5)

Согласно [2],

,

(6)

используя (2) и (6), получим

.

(7)

Действительно, (7) справедливо:

Из [1] следует, что

и представление (5) справедливо.
Учитывая (4), получаем

.

Или

(8)

т.к. ,

то из (8) следует, что

<u>Достаточность.</u>

Пусть представление (3) справедливо. Очевидно, что в этом случае X_t – почти периодическая кривая в H. Действительно, рассмотрим ковариацию кривой:

Так как

, то ряд – сходится равномерно и, следовательно, является почти периодической функцией по параметру t. Отсюда X_t - почти периодическая кривая в H [1].

Литература:

1. Гладышев Е.Г. Периодические и почти периодические коррелированные случайные процессы с непрерывным временем. Теория вероятностей и ее применение. - Вып. 2. - Т. 8, 1963.
2. Сульдин А.В. Кривые и операторы в гильбертовом пространстве. Вероятностные методы и кибернетика. - Казань: КГУ. - Т. 6, 1968.

References:

1. Gladyshev E. Periodical and almost periodical correlated random processes with continuous time. Probability callus and its application. - V. 8, issue 2, 1963.
2. Suldin A. Curves and operators in Gilbertian space. Probabilistic methods and cybernetics. - V. 6. - Kazan: State University, 1968.