УЧРЕЖДЕНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КОЛЛЕДЖ «ТИСБИ»

Согласовано:
Зам. директора по УР_____
В.К. Сафина

Утверждаю:
Директор_____
Г.Т. Федорова
«29» _____ 2023г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

учебной дисциплины

ОП.09 Численные методы

Программа подготовки специалистов среднего звена

по специальности

09.02.07 Информационные системы и программирование

Казань 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ..... 3
2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ..... 5
3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ 6
4. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ 19
5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ 24

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины **ОП.09 Численные методы**

ФОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета.

ФОС разработан в соответствии с:
основной профессиональной образовательной программой по специальности СПО - ППССЗ 09.02.07 Информационные системы и программирование программой учебной дисциплины **ОП.09 Численные методы**.

1.1 Паспорт фонда оценочных средств

ФОС предназначен для контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины по специальности СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания и личностные результаты (ЛР):

ОК 01.	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;
ОК 02.	Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;
ОК 03	Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;
ОК 04.	Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде
ОК 09.	Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.
ПК 1.1.	Формировать алгоритмы разработки программных модулей в соответствии с техническим заданием.
ПК 1.5.	Осуществлять рефакторинг и оптимизацию программного кода
ПК 2.1.	Разрабатывать требования к программным модулям на основе анализа проектной и технической документации на предмет взаимодействия компонент.
ПК 4.2	Осуществлять измерения эксплуатационных характеристик программного обеспечения компьютерных систем.
ПК 4.4.	Обеспечивать защиту программного обеспечения компьютерных систем программными средствами.

ЛР 4	Проявляющий и демонстрирующий уважение к труду человека, осознающий ценность собственного труда и труда других людей. Экономически активный, ориентированный на осознанный выбор сферы профессиональной деятельности с учетом личных жизненных планов, потребностей своей семьи, российского общества. Выражающий осознанную готовность к получению профессионального образования, к непрерывному образованию в течение жизни Демонстрирующий позитивное отношение к регулированию трудовых отношений. Ориентированный на самообразование и профессиональную переподготовку в условиях смены технологического уклада и сопутствующих социальных перемен. Стремящийся к формированию в сетевой среде личностно и профессионального конструктивного «цифрового следа»
ЛР 6	Ориентированный на профессиональные достижения, деятельно выражающий познавательные интересы с учетом своих способностей, образовательного и профессионального маршрута, выбранной квалификации
ЛР13	Демонстрирующий умение эффективно взаимодействовать в команде, вести диалог, в том числе с использование средств коммуникации
ЛР14	Демонстрирующий навыки анализа и интерпретации информации из различных источников с учетом нормативно-правовых норм
ЛР15	Демонстрирующий готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Перечень результатов обучения, контрольно-оценочных средств и показателей оценки

Результаты обучения (освоенные умения(У), усвоенные знания(З))	**Основные показатели оценки результатов обучения**
У1 - использовать основные численные методы решения математических задач;	Грамотное применение основных численных методов решения математических задач
У2 - выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи	выбор оптимального численного метода для решения поставленной задачи
У3 - давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения;	установка математических характеристик точности исходной информации и оценки точности полученного численного решения
У4 - разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.	разработка алгоритмов и программ для решения вычислительных задач, с учетом необходимой точности получаемого результата
З1 - методы хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений	Знание методов хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действий над ними, оценка точности вычислений
З2 - методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ.	Уверенное применение методов решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ.

3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по разделам

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине 09.02.07 Информационные системы и программирование, направленные на формирование общих компетенций.

Таблица 2. Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)

Элемент учебной дисциплины	**Формы и методы контроля**					
	Текущий контроль		**Промежуточная аттестация**			
			Рубежный контроль		**Итоговая аттестация**	
	Форма контроля	**Проверяемые ОК, У, З**	**Форма контроля**	**Проверяемые ОК, У, З**	**Форма контроля**	**Проверяемые ОК, У, З**
Тема 1. Элементы теории погрешностей	опрос	*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15		*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15		*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15
Тема 2. Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений	опрос ,практическая работа.	*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15	*Самостоятельная работа*	*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15		*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15
Тема 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений	практическое занятие, опрос	*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15	тест	*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15		*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15
Тема 4. Интерполирование и экстраполирование	практическое занятие, опрос	*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК		*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК		*У1, У2, З 1, 32,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6,

функций		2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15		4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15		ЛР13-15
Тема 5. Численное интегрирование	практическая работа, тест	*У1, У2, З 1, З2,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15		*У1, У2, З 1, З2,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15	*Дифференцированный зачет*	*У1, У2, З 1, З2,* ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 4.2, ПК 4.4, ЛР4, ЛР6, ЛР13-15

3.2 Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины.

<u>Задание 1</u>:

Проверяемые результаты обучения: установка математических характеристик точности исходной информации и оценки точности полученного численного решения

Время выполнения: 1ч 30 мин

Инструкция: выполнить предложенное тестовое задание

Текст задания:

Вариант 1

Решить системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом LU -разложения

1. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -2, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 6. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -3, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 13, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -2, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -5, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 13. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -4. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 = -5, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 4. \end{cases}$

11. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = -4. \end{cases}$

12. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 13, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -6. \end{cases}$

13. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases}$

14. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 6. \end{cases}$

15. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 9. \end{cases}$

Вариант 2

Следующие системы линейных алгебраических уравнений решить методом итераций и методом Зейделя, проделав в каждом из методов по четыре итерации.

1. $\begin{cases} 9x_1 + 2x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + 11x_2 + x_3 = 10, \\ 2x_1 + x_2 + 11x_3 = 12. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 11x_1 + x_2 + 2x_3 = 13, \\ x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 = 13. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 11x_1 + x_2 + x_3 = 10, \\ x_1 + 9x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + x_2 + 10x_3 = 11. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 10x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ 2x_1 + 11x_2 + x_3 = 14, \\ 2x_1 + x_2 + 10x_3 = 14. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 9x_2 + x_3 = 11, \\ 2x_1 + x_2 + 11x_3 = 12. \end{cases}$

6. $\begin{cases} 10x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + 11x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 10x_3 = 11. \end{cases}$

7. $\begin{cases} 9x_1 + x_2 + 2x_3 = 12, \\ x_1 + 10x_2 + 2x_3 = 12, \\ x_1 + x_2 + 11x_3 = 11. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 12x_1 + x_2 + 2x_3 = 13, \\ x_1 + 11x_2 + x_3 = 11, \\ 2x_1 + x_2 + 12x_3 = 14. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 9x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + 10x_2 + 2x_3 = 13, \\ 2x_1 + x_2 + 9x_3 = 11. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12, \\ x_1 + 10x_2 + 2x_3 = 12, \\ x_1 + x_2 + 9x_3 = 10. \end{cases}$

11. $\begin{cases} 9x_1 + 2x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + 9x_2 + x_3 = 11, \\ 2x_1 + x_2 + 9x_3 = 12. \end{cases}$

12. $\begin{cases} 10x_1 + x_2 + 2x_3 = 12, \\ x_1 + 10x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 11. \end{cases}$

13. $\begin{cases} 9x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + 10x_2 + x_3 = 10, \\ 2x_1 + x_2 + 10x_3 = 12. \end{cases}$ 14. $\begin{cases} 10x_1 + x_2 + 2x_3 = 12, \\ x_1 + 10x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 11. \end{cases}$

15. $\begin{cases} 9x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + 9x_2 + x_3 = 10, \\ x_1 + x_2 + 9x_3 = 11. \end{cases}$

Вариант 3

1. Доказать графическим и аналитическим методами решения нелинейных уравнений, что на отрезке $[a, b]$ уравнение $f(x) = 0$ имеет единственный корень; построить рабочую формулу метода простых итераций для решения нелинейного уравнения.

№	$[a, b]$	$f(x)$	№	$[a, b]$	$f(x)$
1.	$[-1{,}5;\ 0{,}5]$	$e^x + x^2 - 2$	11	$[-1,\ 0]$	$2\sin x - x + 0{,}4$
2.	$[0;\ 0{,}6]$	$e^x + x^2 - 2$	12	$[1{,}5;\ 2{,}5]$	$2\sin x - x + 0{,}4$
3.	$[-1;\ 0]$	$e^{4x} + x$	13	$[0{,}6;\ 2]$	$2x - 4\cos x - 0{,}6$
4.	$[-1{,}5;\ 2{,}5]$	$e^{-x} - x + 2$	14	$[-2{,}5;\ -1{,}8]$	$3\cos 2x - x + 0{,}25$
5.	$[-1{,}1;\ 1{,}5]$	$e^x - 2(x-1)^2$	15	$[-1{,}3;\ -0{,}5]$	$3\cos 2x - x + 0{,}25$
6.	$[-2{,}5;\ 1{,}5]$	$2\sin(x) - x + 0{,}4$	16	$[-5{,}5;\ -4{,}8]$	$e^x + \sin x - 1$
7	$[0{,}5;\ 1]$	$3\cos 2x - x + 0{,}25$	17.	$[-10{,}9;\ -10{,}5]$	$e^x + \sin 2x + 0{,}5$
8	$[2{,}2;\ 2{,}9]$	$3\cos 2x - x + 0{,}25$	18.	$[-1;\ 0{,}69]$	$e^x + \sin x - 1$
9	$[3{,}2;\ 3{,}5]$	$3\cos 2x - x + 0{,}25$	19.	$[-10;\ -9]$	$e^x + \sin 2x + 0{,}5$
10	$[-4{,}7;\ -3{,}5]$	$e^x + \sin x - 1$	20.	$[-8;\ -7]$	$e^x + \sin 2x + 0{,}5$

2. Найти по методу Ньютона наименьший положительный корень уравнения $\operatorname{tg} x = x$ с точностью до 0,0001.

3. Вычислить с точностью до 0,0005 единственный положительный корень уравнения $f(x) = x^5 - x - 0{,}2 = 0.$

4. Найти наибольший положительный корень ξ уравнения $x^3 + x = 1000$ с точностью до 10^{-4}.

5. Найти действительные корни уравнения $x - \sin x = 0{,}25$ с точностью до трёх значащих цифр.

Вариант 4

Решить аналитически систему нелинейных уравнений $\begin{cases} f_1(x,y)=0, \\ f_2(x,y)=0. \end{cases}$ и построить рабочие формулы метода простых итераций для численного решения системы при начальном условии $(x_0,\, y_0)$

1. $\begin{cases} x-y+4=0 \\ xy-5=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(2,\, 2)$

2. $\begin{cases} x^2+y^2-4=0 \\ x-y-2=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(1,1)$

3. $\begin{cases} x^2-y^2-5=0 \\ x-y-1=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(1,\, 0)$

4. $\begin{cases} \sqrt{x}+y-4=0 \\ 8\sqrt{x}+y^2-20=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(0,\, -1)$

5. $\begin{cases} x-y+2=0 \\ xy-3=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(-2,\, -4)$

6. $\begin{cases} 2x+y-5=0 \\ y-x^2-2=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(-1,1)$

7. $\begin{cases} x+3y-5=0 \\ x-y^2-1=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(-2,\, -1)$

8. $\begin{cases} x+y-1=0 \\ y-x^2-1=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(1,1)$

9. $\begin{cases} 2x+y-7=0 \\ xy-6=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(2,\, 2)$

10. $\begin{cases} x^2+y^2-17=0 \\ -3x+y-1=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(1,1)$

11. $\begin{cases} x+y+2xy-7=0 \\ 2x+2y-xy-8=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(1,\, 0)$

12. $\begin{cases} y^2-xy-12=0 \\ x^2-xy+3=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(1,\, 3)$

13. $\begin{cases} -x^2+25y^2=0 \\ xy-5=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(4,1)$

14. $\begin{cases} x^2+y^2-xy-7=0 \\ x-y-1=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(3,1)$

15. $\begin{cases} x^3-y^3+0{,}1=0 \\ xy-0{,}95=0 \end{cases}$ $(x_0,\, y_0)=(1,1)$

Вариант 5

1. Построить интерполяционный многочлен второй степени методом Лагранжа и методом Ньютона. Сделать графическую иллюстрацию.

Вариант	x_i	1	2	3
1	f_i	2	4	10
2	f_i	–1	1	12
3	f_i	–2	2	4
4	f_i	1	7	15
5	f_i	2	3	10
6	f_i	1	2	12
7	f_i	2	3	11
8	f_i	–5	–1	2
9	f_i	0	2	8
10	f_i	1	3	5
11	f_i	2	7	9
12	f_i	4	6	14
13	f_i	–4	–1	8
14	f_i	–2	0	10
15	f_i	2	3	7

2. Аппроксимировать исходные данные прямой линией по методу наименьших квадратов.

Вариант	x_i	1	2	3	4	5
1	f_i	1	3	3	5	10
2	f_i	–2	0	1	1	5
3	f_i	2	4	4	7	9
4	f_i	–5	–1	1	3	8
5	f_i	0	5	7	8	11
6	f_i	2	3	6	7	10
7	f_i	1	2	5	7	12
8	f_i	–1	1	2	6	8
9	f_i	–3	–1	0	1	5
10	f_i	1	5	7	8	10

11	f_i	2	3	5	6	10
12	f_i	3	5	6	9	11
13	f_i	2	3	6	8	12
14	f_i	–2	2	4	9	15
15	f_i	5	8	9	15	17

Критерии оценки:

«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.

«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.

«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

Задание 2:

Проверяемые результаты обучения: разработка алгоритмов и программ для решения вычислительных задач, с учетом необходимой точности получаемого результата

Время выполнения: 1ч 30 мин

Инструкция:

Текст задания:

Вариант 1

Функция $y = f(x)$ задана таблично. Найти:

а) с помощью интерполяционной формулы Ньютона $y'(x_0)$;

б) с помощью формулы Стирлинга $f'(x_1)$.

1. $y = \mathrm{sh}x,\ x_0 = -0,45;\ x_1 = 0,47$

x	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49
y	0,4653	0,4764	0,4875	0,4966	0,5098

Ответ: а) 1,1030. б) 1,1125.

2. $y = chx,\ x_0 = -0,50;\ x_1 = 0,52.$

x	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54
y	1,1276	1,1329	1,1383	1,1438	1,1494

Ответ: а) 0,5211. б) 0,5438.

3. $y = \mathrm{th}\,x,\ x_0 = 0,55;\ x_1 = 0,57.$

x	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59
y	0,5005	0,5080	0,5154	0,5227	0,5299

Ответ: а) 0,7495. б) 0,7344.

4. $y = \sin x,\ x_0 = 0,60;\ x_2 = 0,62.$

x	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64
y	0,5646	0,5729	0,5810	0,5891	0,5972

Ответ: а) 0,5370. б) 0,5511.

5. $y = \cos x,\ x_0 = 0,65;\ x_1 = 0,67.$

x	0,65	0,66	0,67	0,68	0,69
y	0,7961	0,7900	0,7838	0,7776	0,7712

Ответ: а) –0,6052. б) –0,6210.

6. $y = \mathrm{tg}\, x,\ x_0 = 0,70;\ x_1 = 0,72.$

x	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74
y	0,8423	0,8595	0,8771	0,8949	0,9131

Ответ: а) 1,7096. б) 1,7712.

7.

x	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
y	1,44013	1,54722	1,67302	1,81973	1,98970	2,18549	2,40978	2,66557

$x_0 = 2,03,\ x_1 = 2,22.$

Ответ: а) 1,42249. б) 1,87640.

8.

x	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
y	1,0083	1,1134	1,2208	1,3310	1,4449	1,5634	1,6876	1,8186

$x_0 = 1,14,\ x_1 = 1,42.$

Ответ: а) 1,0704. б) 1,1698.

9.

x	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5
y	3,92847	4,41016	4,93838	5,51744	6,15213	0,84782	7,61045	8,44671

$x_0 = 3,02,\ x_1 = 3,31.$

Ответ: а) 5,63133. б) 7,34833.

10.

x	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	1,10
y	0,2803	0,3186	0,3592	0,4021	0,4472	0,4945	0,5438	0,5952

$x_0 = 0,82,\ x_1 = 1,03.$

Ответ: а) 0,8077. б) 0,9914.

11.

x	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
y	0,8802	0,9103	0,9340	0,9523	0,9661	0,9764	0,9838	0,9891

$x_0 = 1,34,\ x_1 = 1,65.$

Ответ: а) 0,1873. б) 0,0741.

12.

x	1,25	1,26	1,27	1,28	1,29
y	1,6019	1,6209	1,6400	1,6593	1,6788

$x_0 = 1,25,\ x_1 = 1,27.$

Ответ: а) 1,8884. б) 1,9208.

13.

x	1,45	1,46	1,47	1,48	1,49
y	2,2488	2,2691	2,2896	2,3103	2,3312

$x_0 = 1,55,\ x_1 = 1,47.$

Ответ: а) 2,0143. б) 2,0597.

14.

x	1,50	1,51	1,52	1,53	1,54
y	0,9975	0,9982	0,9987	0,9992	0,9995

$x_0 = 1,5,\ x_1 = 1,52.$

Ответ: а) 0,0707. б) 0,0508.

15. Вычислить значения $y'(x)$ и $y''(x)$ в указанной точке x_0.

x	1	2	3	4	5	6
y	1	5	21	55	113	201

$x_0 = 2.$

Ответ: а) $y'(x) = 9$. б) $y''(x) = 12$.

Вариант 2

1. Вычислить $\int_1^{10} \lg x\,dx$ по формуле трапеций (полагая $n = 10$).

Ответ: –6,0656.

2. С помощью формулы трапеций вычислить $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ при $n = 8$ и оценить допускаемую погрешность.

Ответ: 0,6941, $|\delta_8| < 0,002$.

3. Зная, что $\int_0^1 \frac{dx}{1+x} = \frac{\pi}{4}$, вычислить приближенно число π:

а) по формуле трапеций при $n = 10$;

б) по формуле Симпсона при $n = 2$.

Вычисления вести с четырьмя знаками после запятой. Результаты вычислений сравнить между собой и с табличными значениями.

Ответ: а) –3,1399; б) –3,1416.

4. Вычислить по формуле Симпсона ($2n = 10$)

$$\int_0^{\pi/2} \sin\left(x^2\right) dx.$$

Ответ: 0,157.

5. Вычислить с точностью до 0,001 по формуле Симпсона

$$\int_2^5 \frac{dx}{\ln x}$$

Ответ: 2,590.

6. Найти $\ln 2$ с точностью до 10^{-4} из соотношения $\ln 2 = \int_{0,5}^{1} \frac{dx}{x}$ вычислив интеграл методом Симпсона.

Ответ: $\ln 2 = 0,6931$.

7. Вычислить методом трапеций с точностью до 10^{-4} интеграл

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}.$$

Ответ: 0,9094.

Вычислить указанные определенные интегралы с точностью до 10^{-4}

а) методом трапеций;

б) методом Симпсона.

8. $\int_2^{3,5} \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}.$ 9. $\int_0^1 \frac{x^3dx}{x^8+1}.$ 10. $\int_0^1 \frac{xdx}{x^2+3x+2}.$

11. $\int_0^2 \frac{dx}{4+x^2}.$ 12. $\int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2}dx.$ 13. $\int_0^2 \sqrt{1+x^3}dx.$

14. $\int_0^2 \sqrt{1+x^5}dx.$ 15. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}.$ 16. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}.$

17. $\int_2^{10} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}.$ 18. $\int_0^1 \sqrt{x(1-x)}dx.$ 19. $\int_0^1 x\ln(1+x)dx.$

20. $\int_0^1 e^{x^2}dx.$ 21. $\int_0^1 e^{x^3}dx.$ 22. $\int_0^{0,5} e^{\sqrt{x}}dx.$

23. $\int_2^3 \frac{dx}{\ln x}.$ 24. $\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}}dx.$ 25. $\int_0^1 \sqrt[3]{x}\cos xdx.$

Критерии оценок:

«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.

«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.

«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

4. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Предметом оценки являются умения и знания. Контроль и оценка осуществляются с использованием следующих форм и методов:

- ответ на вопрос
-решение задач.

Задание:

Проверяемые результаты обучения: Уверенное применение методов решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ.

Время выполнения: 1ч 30 мин

Инструкция: выполнить один из приведенных вариантов заданий

Текст задания:

Вариант 1

1. Написать четыре первых ненулевых члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющего начальному условию $y(x_0) = y_0$.

1.1. $f(x, y) = 2x - y,\ y(0) = 0.$

1.2. $f(x, y) = x + y,\ y(1) = 1.$

1.3. $f(x, y) = 2 - \frac{y}{x},\ y(1) = 2.$

1.4. $f(x, y) = x^2 + \frac{y}{x},\ y(1) = 0.$

1.5. $f(x, y) = x^2 + 2x + \frac{y}{x+2},\ y(-1) = \frac{3}{2}.$

1.6. $f(x, y) = x^2 - \frac{y}{2x},\ y(1) = 1.$

1.7. $f(x, y) = 5 + \frac{2x-5}{x^2} \cdot y,\ y(2) = 4.$

1.8. $f(x, y) = x^3 - \frac{2y}{x},\ y(1) = -\frac{5}{6}.$

1.9. $f(x,\ y)=\dfrac{x}{2}-\dfrac{xy}{2\left(1-x^2\right)},\ \ y(0)=\dfrac{2}{3}.$

1.10. $f(x,\ y)=\dfrac{2x^2}{1+x^2}-\dfrac{2xy}{1+x^2},\ \ y(0)=\dfrac{2}{3}.$

1.11. $f(x,\ y)=\dfrac{y}{x}-\dfrac{12}{x^3},\ \ y(1)=4.$

1.12. $f(x,\ y)=3x-\dfrac{y}{x},\ \ y(1)=1.$

1.13. $f(x,\ y)=1-\dfrac{1-2x}{x^2},\ \ y(1)=1.$

1.14. $f(x,\ y)=-x^3-xy,\ \ y(0)=3.$

1.15. $f(x,\ y)=4xy-4x^2,\ \ y(0)=-\dfrac{1}{2}.$

2. Написать четыре первых ненулевых члена разложения в степенной ряд решения $y=y(x)$ дифференциального уравнения $y''=f(x,\ y,\ y')$, удовлетворяющего начальным условиям $y(x_0)=y_0,\ y'(x_0)=y'_0$.

2.1. $4y^3y''=y^4-1,\ \ y(0)=\sqrt{2},\ \ y'(0)=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}.$

2.2. $y^3y''+64=0,\ \ y(0)=1,\ \ y'(0)=8.$

2.3. $y''=98y^3,\ \ y(1)=1,\ \ y'(1)=7.$

2.4. $y^3y''+49=0,\ \ y(3)=-7,\ \ y'(3)=-1.$

2.5. $4y^3y''=y^4-16,\ \ y(0)=2\sqrt{2},\ \ y'(0)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}.$

2.6. $y''+\pi^2y=\dfrac{\pi^2}{\cos\pi x},\ \ y(0)=3,\ \ y'(0)=0.$

2.7. $y''+4y=8\operatorname{ctg}2x,\ \ y\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=5,\ \ y'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=4.$

2.8. $y''+\pi^2y=\dfrac{\pi^2}{\sin\pi x},\ \ y\left(\dfrac{1}{2}\right)=1,\ \ y'\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\pi^2}{2}.$

2.9. $y'' + y = 4\operatorname{ctg} x,\ \ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4,\ \ y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4.$

2.10. $y'' + 9y = \frac{9}{\sin 3x},\ \ y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4,\ \ y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\pi}{2}.$

2.11. $y'' + 9y = \frac{9}{\cos 3x},\ \ y(0) = 1,\ \ y'(0) = 0.$

2.12. $y'' + 4y = 4\operatorname{ctg} 2x,\ \ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3,\ \ y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$

2.13. $y'' + y = \frac{1}{\sin x},\ \ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,\ \ y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$

2.14. $y'' + y = \frac{1}{\cos x},\ \ y(0) = 1,\ \ y'(0) = 0.$

2.15. $y'' + \frac{y}{4} = \frac{1}{4}\operatorname{ctg}\frac{x}{2},\ \ y(\pi) = 2,\ \ y'(\pi) = \frac{1}{2}.$

3. Методом последовательных приближений найти приближенное решение дифференциального уравнения $y' = f(x,\ y)$, удовлетворяющего начальному условию $y(x_0) = y_0$. Оценить погрешность четвертого приближения.

3.1. $y' = 2x - y,\ \ y(0) = 0.$

3.2. $y' = x + y,\ \ y(1) = 1.$

3.3. $y' = 4x - 2y,\ \ y(0) = 1.$

3.4. $y' = 3x + 2y,\ \ y(0) = 1.$

Вариант 2

В задачах 1–15 требуется найти с точностью до 0,0001 решение дифференциального уравнения первого порядка с указанными начальными условиями на заданном отрезке:

а) методом Эйлера с итерациями;

б) методом Рунге-Кутта.

1. $y' = \frac{xy}{x^2 + y^2},\quad y(0) = 1,\quad [0;\ 1].$

2. $y' - 2y = 3e^x, \quad y(0,3) = 1,415, \quad [0,3;\ 0,6].$

3. $y' = x + y^2, \quad y(0) = 0, \quad [0;\ 0,3].$

4. $y' = y^2 - x^2, \quad y(1) = 1, \quad [1;\ 2].$

5. $y' = y^2 + x^2, \quad y(0) = 0,27, \quad [0;\ 1].$

6. $y' + xy(1 - y^2) = 0, \quad y(0) = 0,5, \quad [0;\ 1].$

7. $y' = x^2 - xy + y^2, \quad y(0) = 0,1, \quad [0;\ 1].$

8. $y' = \dfrac{2y - x}{y}, \quad y(1) = 2, \quad [1;\ 2].$

9. $y' = x^2 + xy + y^2 + 1, \quad y(0) = 0, \quad [0;\ 1].$

10. $y' + y = x^3, \quad y(1) = -1, \quad [1;\ 2].$

11. $y' = xy + e^y, \quad y(0) = 0, \quad [0;\ 0,1].$

12. $y' = 2xy + x^2, \quad y(0) = 0, \quad [0;\ 0,5].$

13. $y' = x + \sin\dfrac{y}{3}, \quad y(0) = 1, \quad [0;\ 2].$

14. $y' = e^x - y^2, \quad y(0) = 0, \quad [0;\ 0,4].$

15. $y' = 2x + \cos y, \quad y(0) = 0, \quad [0;\ 0,1].$

Вариант 3

Разложить заданную периодическую функцию $f(t)$ в ряд Фурье. Построить на одном чертеже график исходной функции и ее аппроксимирующих полиномов $P_0(t),\ P_1(t),\ P_2(t),\ P_3(t)$.

1. $f(t) = \begin{cases} 0, & -2 < t < 0; \\ t, & 0 \le t < 2. \end{cases}$

2. $f(t) = \begin{cases} 1, & -3 < t < 0; \\ -t, & 0 \le t < 3. \end{cases}$

3. $f(t) = \begin{cases} 0, & -1 < t < 0; \\ 1 - t, & 0 \le t < 1. \end{cases}$

4. $f(t) = \begin{cases} \pi, & -\pi < t < 0; \\ \pi - t, & 0 \le t < \pi. \end{cases}$

5. $f(t)=\begin{cases}-2t, & -\pi<t<0;\\ 3t, & 0\le t<\pi.\end{cases}$

6. $f(t)=\begin{cases}0, & -2<t<0;\\ \dfrac{t}{2}, & 0\le t<2.\end{cases}$

7. $f(t)=\begin{cases}6, & 0<t<2;\\ 3t, & 2\le t<4.\end{cases}$

8. $f(t)=\begin{cases}t, & 0<t<2;\\ 2, & 2\le t<4.\end{cases}$

9. $f(t)=\begin{cases}t, & -\dfrac{1}{2}<t<0;\\ 1, & 0\le t<\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

10. $f(t)=\begin{cases}\dfrac{t}{2}, & -\dfrac{1}{2}<t<0;\\ 0, & 0\le t<\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

11. $f(t)=\begin{cases}2, & -2<t<0;\\ t, & 0\le t<2.\end{cases}$

12. $f(t)=\begin{cases}0, & -1<t<0;\\ 2-t, & 0\le t<1.\end{cases}$

13. $f(t)=\begin{cases}1, & -1<t<0;\\ 1-t, & 0\le t<1.\end{cases}$

14. $f(t)=\begin{cases}2t, & -4<t<0;\\ 0, & 0\le t<4.\end{cases}$

15. $f(t)=\begin{cases}0, & 1<t<2;\\ 3-t, & 2\le t<3.\end{cases}$

Критерии оценок:

«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.

«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.

«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Вопросы к экзамену

1. Прямые методы решения, систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
2. Метод Гаусса решения СЛАУ.
3. Метод итераций решения СЛАУ.
4. Достаточные условия сходимости метода итераций.
5. Метод Зейделя решения СЛАУ.
6. Сходимость итерационных процессов.
7. Алгоритм постановки задач приближения.
8. Интерполяционный полином Лагранжа.
9. Интерполяционный полином Ньютона.
10. Аппроксимация по методу наименьших квадратов.
11. Определение ортогональности системы функций $\{\varphi_n(x)\}$ на $[a,b]$ с весом $\rho(x)$, $\rho(x) \in C_{[a,b]}$.
12. Формула вычисления коэффициентов $C_k\left(k=0,m\right)$. Обобщенного полинома $Q_m(x)=\sum_{k=0}^{m} c_k \varphi(x)$.
13. Полиномы Чебышева и их свойства.
14. Определение среднего квадратичного отклонения функций $Q(x)$ и $f(x)$ на множестве точек $X=\{x_1, x_2, ..., x_n\}$.
15. Понятие равномерного приближения функций $f(x)$ обобщенным полиномом $Q_m(x)$ на $[a,b]$.
16. Теорема Вейерштрасса.
17. Определение абсолютной и относительной погрешности.
18. Теорема Больцано-Коши.
19. Достаточное условие Существования единственного корня уравнения $f(x)=0$ на $[a,b]$.

20. Метод простых итераций решения нелинейного уравнения $f(x)=0$.

21. Теорема о сходимости процесса итерации.

22. Метод Ньютона решения уравнения $f(x)=0$. Достаточное условие сходимости метода Ньютона.

23. Формула Ньютона приближенного решения нелинейной системы уравнений.

24. Метод итераций решения нелинейной системы.

25. Теорема сходимости метода итераций.

26. Вычисление $y^1(x)$ в случае заменяя функции $y=f(x)$ интерполяционным полиномом Ньютона.

27. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционной формуле Стирлинга.

28. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.

29. Формула трапеций. Остаточный член формулы.

30. Формула Симпсона и ее остаточный член.

31. Задачи Коши для дифференциального уравнения $y'=f(x,y)$. Условия Липшица. Вид константы Липшица.

32. Интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка с помощью степенных рядов.

33. Формулы последовательных приближений решения дифференциального уравнения первого порядка на $[x_0, x_0+h]$. Выбор числа h. Оценка погрешности.

34. Метод Эйлера. Метод Эйлера с итерациями.

35. Метод Рунге-Кутта.

36. Правило Рунге-Ромберга.

37. Метод прогонки.

38. Ортогональные функции.

39. Ряд Фурье для периодической функции.

40. Различные формы записи для ряда Фурье.